

Дослідження асимптотичних властивостей псевдорегулярних функцій та узагальнених процесів відновлення

Исследование асимптотических свойств псевдорегулярных функций и обобщенных процессов восстановления

Investigation of the asymptotic properties of pseudo-regularly varying functions and generalized renewal processes

1. Номер державної реєстрації теми -0115U000371,
2. Науковий керівник – д. ф.-м. н., проф. Клесов О.І., Клёсов О.И., Klesov Oleg I.

3. Суть розробки, основні результати.

(укр.)

Суть науково-технічної розробки полягає в дослідженні асимптотичної поведінки псевдорегулярних функцій та їхніх аналогів у стохастичному аналізі – узагальнених процесів відновлення, а також застосуванні отриманих результатів до теорії випадкових процесів, статистики випадкових процесів, математичного аналізу та математичної фізики.

В роботі:

- отримано низку нових результатів про асимптотичну поведінку послідовностей випадкових величин та векторів з лінійною регресійною залежністю. Зокрема, одержано остаточні критерії збіжності рядів багатовимірних регресійних послідовностей з довільними матричними коефіцієнтами, а також встановлено необхідні та достатні умови посиленого закону великих чисел у формі Марцинкевича-Зігмунда для таких послідовностей;

- істотно доповнено класичні результати теорії повної збіжності для послідовностей незалежних випадкових величин та векторів. Зокрема, встановлено критерії збіжності майже напевно емпіричних аналогів рядів Баума-Каца та Сью-Робінса з вагами. Крім того, знайдено необхідні та достатні умови існування скінченних моментів таких емпіричних рядів;

- в теорії гауссівських випадкових процесів в узагальнення класичних результатів Дуба та Парка встановлено критерії еквівалентності загального гауссівського процесу броунівському руху, броунівському містку та процесу Орнштейна-Уленбека;

- подальший розвиток отримала теорія правильно змінних функцій. Зокрема, в рамках цієї теорії досліджено клас комплексно-значних функцій з невідродженими групами регулярних точок і доведено аналоги класичних теорем про зображення. В якості іншого узагальнення розглянуто матрично-значні правильно-змінні функції та доведено теореми про їх регуляризацію;

- суттєво розширено класичну теорію рекордів, започатковану в роботах А. Реньї. Зокрема, вивчено асимптотичну поведінку моментів та кількості рекордів у так званій F^α -схемі;

- отримано нові важливі результати в якісній теорії стохастичних диференціальних рівнянь. Для широкого класу таких рівнянь досліджено асимптотичну поведінку розв'язку на нескінченності, а також умови, за яких цей розв'язок є асимптотично невідродженим. Ці результати істотно узагальнюють класичні теореми Гіхмана та Скорохода;

- в узагальнення класичних результатів теорії відновлення досліджено асимптотичну поведінку аналогу функції відновлення для випадкового блукання у багатовимірному часі;

- розглянуто узагальнення стохастичної моделі паркування А. Реньї, яке дозволяє розрізняти водіїв з різним досвідом. Для такої моделі паркування описано асимптотичну поведінку середньої кількості припаркованих автомобілів;

- одержано нові важливі результати в нелінійному регресійному аналізі. Зокрема, досліджено асимптотичний розподіл оцінки Коенкера-Бассета параметра нелінійної моделі регресії з сильно залежним шумом;

- подальшого розвитку зазнала теорія диференціальних рівнянь у частинних похідних. Зокрема, знайдено нові умови класичності узагальнених розв'язків початково-крайових та мішаних задач для лінійних параболічних рівнянь другого та вищих порядків. Ці умови сформульовано у термінах приналежності правих частин рівняння деяким просторам Хермандера.

(рос.)

Суть научно-технической разработки состоит в исследовании асимптотического поведения псевдрегулярных функций и их аналогов в стохастическом анализе – обобщенных процессов восстановления, а также применении полученных результатов в теории случайных процессов, статистики случайных процессов, математическом анализе и математической физике.

В работе:

- получен ряд новых результатов про асимптотическое поведение последовательностей случайных величин и векторов с линейной регрессионной зависимостью. В частности, получены окончательные критерии сходимости рядов многомерных регрессионных последовательностей с постоянными матричными коэффициентами, а также установлены необходимые и достаточные условия усиленного закона больших чисел в форме Марцинкевича-Зигмунда для таких последовательностей;

- существенно дополнены классические результаты теории полной сходимости для последовательностей независимых случайных величин и векторов. В частности, установлен критерий сходимости почти наверное эмпирических аналогов рядов Баума-Каца и Сюя-Роббинса с весами. Кроме того, найдены необходимые и достаточные условия существования конечных моментов таких эмпирических рядов;

- в теории гауссовских случайных процессов в обобщение классических результатов Дуба и Парка получено критерии эквивалентности общего гауссовского процесса броуновскому движению, броуновскому мосту и процессу Орнштейна-Уленбека;

- дальнейшее развитие получила теория правильно меняющихся функций. В частности, в рамках этой теории исследовано класс комплекснозначных функций с невырожденными группами регулярных точек и доказаны аналоги классических теорем про изображения. В качестве иного обобщения рассмотрены матричнозначные правильно меняющиеся функции и доказаны теоремы про их регуляризацию;

- существенно расширено классическую теорию рекордов, основанную в работах А. Реньи. В частности, изучено асимптотическое поведение моментов рекордов и числа рекордов в так называемое F^α -схеме;

- получены новые важные результаты в качественной теории стохастических дифференциальных уравнений. Для широкого класса таких уравнений исследовано асимптотическое поведение решений на бесконечности, а также условия, при которых это решение является асимптотически неслучайным. Эти результаты существенно обобщают классические теоремы Гихмана и Скорохода;

- в обобщение классических результатов теории восстановления исследовано асимптотическое поведение аналога функции восстановления для случайного блуждания в многомерном времени;

- рассмотрено обобщение стохастической модели паркования А. Реньи, которое позволяет различать водителей с разным опытом вождения. Для такой модели паркования описано асимптотическое поведение среднего количества припаркованных автомобилей;

- получено новые значительные результаты в нелинейном регрессионном анализе. В частности, исследовано асимптотическое распределение оценки Коэнкера-Бассета параметра нелинейной модели регрессии с сильно зависимым шумом;

- дальнейшее развитие получила теория дифференциальных уравнений в частных производных. Среди прочего, найдены новые условия классичности обобщенных решений начально–краевых и смешанных задач для линейных параболических уравнений второго и высших порядков. Эти условия сформулированы в терминах принадлежности правых частей уравнений некоторым пространствам Хермандера.

(англ.)

The aim of this research project was to study the asymptotic behavior of pseudo-regular functions and their analogues in stochastic analysis - generalized renewal processes, as well as applications of the results obtained to the theory of stochastic processes, statistics of stochastic processes, mathematical analysis and mathematical physics.

In this project:

- a number of new results concerning the asymptotic behavior of sequences of random variables and vectors with linear regression dependence are obtained. In particular, the final criteria for the convergence almost surely of series of multidimensional regression sequences with constant matrix coefficients are obtained, and necessary and sufficient conditions for the strong law of large numbers in the Marcinkiewicz-Zygmund form for such sequences are established;

- the classical results of the theory of complete convergence for sequences of independent random variables and vectors are essentially improved. In particular, the criterion for the convergence almost surely of empirical versions of the Baum-Katz and Hsu-Robbins series with weights is obtained. Moreover, necessary and sufficient conditions for the existence of finite moments of such empirical series are found;

- in the theory of Gaussian random processes, as a generalization of the classical results of Dub and Park, the criteria for the equivalence of the general Gaussian process to Brownian motion, the Brownian bridge, and the Ornstein-Uhlenbeck process are obtained;

- further development of the theory of regularly varying functions is presented. In particular, within the framework of this theory, the class of complex-valued functions with nondegenerate groups of regular points is investigated and analogues of the classical representation theorems are proved. As another generalization, we consider matrix-valued regularly varying functions and prove theorems on their regularization;

- significantly expanded is the classical theory of records, based on the works of A. Renyi. In particular, the asymptotic behavior of the moments of records and the number of records in the so-called F^α -scheme is studied;

- new important results are obtained in the qualitative theory of stochastic differential equations. For a wide class of such equations, we study the asymptotic behavior of solutions at infinity, as well as the conditions under which this solution is asymptotically nonrandom. These results essentially generalize the classical theorems of Gichmann and Skorokhod;

- in the framework of the classical renewal theory the asymptotic behavior of the analogue of the renewal function for a random walk in multidimensional time is studied;

- a generalization of the stochastic parking model A. Renyi, which allows to distinguish drivers with different driving experience, is considered. For such a parking model, the asymptotic behavior of the average number of parked cars is described.

- new significant results were obtained in the nonlinear regression analysis. In particular, the asymptotic distribution of the Cohenker-Bassett estimate of the parameter of the nonlinear regression model with strongly dependent noise is investigated;

- further development of the theory of partial differential equations is presented. Among other things, new sufficient conditions under which the generalized solutions of initial-boundary and mixed problems for the linear parabolic differential equations of the second order and higher orders are classical were found. These conditions are formulated in terms of the right-hand side of the equations belonging to certain Hörmander spaces.

4. Наявність охоронних документів на об'єкти права інтелектуальної власності.

Патент на корисну модель № 117139. Спосіб генерування стаціонарних випадкових процесів з обмеженим спектром / О.І. Клесов, Н.В. Прохоренко., О.Є. Лагодзінський. – 16.06.2017.

5. Порівняння зі світовими аналогами.

Науковий технічний рівень виконаної роботи відповідає світовому рівню. Всі основні результати є новими та пріоритетними. Значну частину результатів одержано в результаті сумісних досліджень з провідними фахівцями інших країн, зокрема Німеччини, Франції, Швейцарії та ін. Напрямок виконаної роботи є актуальним.

6. Економічна привабливість для просування на ринок

Робота є фундаментальною і не має безпосередньо економічного значення. Всі отримані результати є теоретичними. Їх теоретична цінність полягає у подальшому розвитку теорії псевдорегулярних та узагальнених процесів відновлення, та її більш ефективному використанні при отриманні нових теоретичних і практичних результатів різних галузей науки, і впровадження у навчальний процес.

7. Потенційні користувачі (галузі, міністерства, підприємства, організації).

Наукові та вищі учебні заклади України, зокрема “КПІ ім. Ігоря Сікорського”, Київський національний університет України ім. Тараса Шевченка, Інститут математики НАН України, Інститут прикладної математики і механіки НАН України, Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, а також університети Німеччини (міст Кельна, Падерборна і Ульма), Франції (м. Париж), Швейцарії (м. Берн), Норвегії (м. Осло).

Проведені дослідження та їх результати використано та можуть використовуватися в подальшому для теоретичних і прикладних досліджень в теорії випадкових процесів, статистиці випадкових процесів, криптографії, актуарній та фінансовій математиці, теорії дифракції, електростатиці тощо.

8. Стан готовності розробки.

Всі результати науково-дослідної роботи опубліковані у провідних вітчизняних та закордонних фахових виданнях, в тому числі у журналах, що входять до міжнародних наукометричних баз даних (зокрема Scopus та Web of science), а також доповідалися на міжнародних наукових конференціях. Деякі результати увійшли до трьох монографій, виданих авторами роботи.

9. Існуючі результати впровадження.

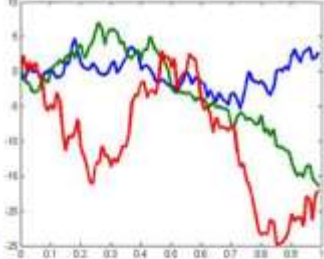
За результатами НДР розроблено і впроваджено нові лекційні курси «Імовірнісна теорія чисел та елементи криптографії», «Фінансова математика фондового ринку», «Граничні теореми для випадкових процесів», «Лінійний регресійний аналіз», «Аналіз часових рядів», «Стохастичні диференціальні рівняння та їх застосування», а також оновлено деякі розділи класичних лекційних курсів. Також результати проведених досліджень використовуються в навчальних посібниках та при проведенні наукової роботи зі студентами та аспірантами.

За матеріалами роботи захищено 4 кандидатські дисертації, представлено до захисту у спеціалізовану вчену раду 1 кандидатську дисертацію та 1 докторську дисертацію; видано 9 навчальних посібників та створено 4 дистанційні курси; опубліковано: 3 монографії, 2 розділи у монографіях, опублікованих у провідних закордонних видавництвах, 47 статей у журналах, що входять до міжнародних наукометричних БД; зроблено 58 доповідей на міжнародних конференціях; одержано 1 патент України на корисну модель. Захищено 16 магістерських робіт та 9 дипломних проектів спеціаліста.

10. Назва організації, телефон, E-mail

11. Фото розробки

Нова статистична оцінка важливого параметру ймовірнісного розподілу

$$\varepsilon^2 \sum_{n=1}^{\infty} \mathbb{I}_{\{S_n \geq \varepsilon n\}} \rightarrow \sigma^2 \int_0^{\infty} \mathbb{I}_{\{w(t) \geq t\}} dt$$


Головні властивості оцінки

- ▶ Бінарні дані
- ▶ Швидке обчислення та обробка
- ▶ Надійне оцінювання

12. Перелік публікацій за матеріалами досліджень за період виконання розробки (вагомі монографії, підручники, посібники, наукові статті, дисертації, інші публікації).

1. Іванов О.В., Про оцінку Уїтла параметра спектральної щільності випадкового шуму в моделі нелінійної регресії / О. В. Іванов, В.В. Приходько // Укр. мат. журн.- 2015. – Т. 67, №8. – С. 1050-1067.
2. Ivanov O.V. Estimation of harmonic component in regression with cyclically dependent errors / A.V. Ivanov, I. Matsak, S. Polotskiy // Modern Stochastics: Theory and Applications. – Vol. 2, No.3 - 2015. – P. 297-308.
3. Ivanov O.V. Extreme residuals in regression model: minimax approach / A.V. Ivanov, N.N. Leonenko, M.D. Ruiz –Medina, B.M. Zhurakovsky // Statistics: A Journal of Theoretical and Applied Statistics. – 2015. – 49:1. – P.156-186.
4. Ivanov A., Asymptotic normality of linear regression parameters estimator in the case of dependent regressors / A. Ivanov, I. Orlovsky // Theory of Stochastic Processes. – 2016. – Vol. 21(37), no.1. –P.17-30.
5. Ivanov A., Detecting hidden periodicities for models with cyclical errors / A. Ivanov, M.P. Frias, N.N. Leonenko, F. Martinez, M.D. Ruiz-Medina // Statistics and Its Interface. – 2016. – Vol. 10. – P. 107-118.
6. Ivanov A., Large deviations of regression parameters estimate in the models with stationary sub-Gaussian noise / A. Ivanov // Theory of Probability and Mathematical Statistics. – Vol. 93. – 2016.
7. Іванов О.В., Асимптотичні властивості М-оцінок параметрів нелінійної регресії з дискретним часом та сингулярним спектром / О.В. Іванов, І.В. Орловський // Укр. мат. журн. – 2017. – т. 69, № 1. – С. 28–51.
8. Iliencko M.K., An improvement of conditions for the almost sure convergence of series of multidimensional regression sequences / M.K. Iliencko // Theory of Probability and Mathematical Statistics. – Vol. 93. – 2016. – P. 71-78.
9. Iliencko M.K., A note on the Kolmogorov-Marcinkiewicz-Zygmund type Strong Law of Large Numbers for elements of autoregression sequences // Theory of stochastic processes. – 2017. – 22(38), no. 1. – (accepted)

10. Klesov O.I., Existence of moments of a counting process and complete convergence in multi-dimensional time / O.I. Klesov, U. Stadtmueller// Journal of Adv. in Appl. Probab. – 2016. – P. 181-201.
11. Klesov O.I., Existence of Moments of Empirical Versions of Hsu—Robbins—Baum—Katz Series/ O.I. Klesov, U. Stadtmueller// «Наукові вісті» НТУУ «КПІ». – 2016. – №4. – С. 56-66.
12. Klesov O., Strong laws of large number in an F-scheme / P. Doukhan, O.Klesov, J. Steinebach // in book "Mathematical Statistics and Limit Theorems". Festschrift in Honour of Paul Deheuvels", Switzerland: Springer International Publishing – 2015. P. 287-303.
13. Klesov O., Comments on the paper “O jednom O-inverznomstavu” by V. Avakumovic, in book “V. Avakumovic: Collected papers” / O.Klesov, J. Steinebach // Beograd. – 2017. (to appear)
14. Klesov O., Moment conditions in strong laws of large numbers for multiple sums and random measures / O. Klesov, I. Molchanov // Statistics and probability letters. – 2017. – Vol. 131. – P. 56-63.
15. Клесов О.І., Елементарна теорія чисел та елементи криптографії / О.І. Клесов // ТВіМС. – Київ. – 2017. – 394 с.
16. Лось В.М., Мішані задачі для двовимірного рівняння теплопровідності у анізотропних просторах Хермандера / В.М. Лось // Укр. мат. журн. – 2015. – 67, № 5. – С. 645 – 656.
17. Лось В.М., Теореми про ізоморфізми для деяких параболічних початково-крайових задач у просторах Хермандера: граничний випадок / В.М. Лось // Укр. мат. журн. – 2016. – 68, № 6. – С. 786 – 799.
18. Лось В.М., Класичні розв’язки параболічних початково-крайових задач і простори Хермандера / В.М. Лось // Укр. мат. журн.– 2016. – 68, № 9. – С. 1229 – 1239.
19. Лось В.М., Достатні умови класичності розв’язків загальних параболічних початково-крайових задач / В.М. Лось // Укр. мат. журн.– 2016. – 68, № 11. – С. 1518 – 1527.
20. Los V. M., Sufficient conditions for the solutions of general parabolic initial-boundary-value problems to be classical// Ukrainian Mathematical Journal. – 2017. – 68, no.11. – P. 1756- 1766.
21. Los V. M., Classical solutions of parabolic initial-boundary-value problems and Hoermander spaces// Ukrainian Mathematical Journal. – 2017. – 68, no.9. – P. 1412-1423.
22. Лось В.М., Параболічні за Петровським системи у просторах Хермандера // Укр. мат. журн. – 2017. – т. 69, №3. – С. 365-380.
23. Los V. M., Systems Parabolic in Petrovskii’s Sense in Hoermander Spaces//Ukrainian Mathematical Journal. – 2017. – 69, no.3. – P. 426- 443.
24. Los V., Initial-boundary value problems for two-dimensional parabolic equations in Hoermander spaces// Methods of Functional Analysis and Topology. – 2017. – 23, no.2. – P. 177- 191.
25. Los V., Isomorphism theorems for some parabolic initial-boundary value problems in Hoermander spaces / V. Los V., A. Murach// Open Mathematics – 2017. – 15. – P. 57-76.
26. Павленков В.В., Інтегральні зображення Карамати для функцій, які узагальнюють правильно змінні функції // Укр. мат. журн. – 2017. – Т. 69, №9 – С. 1289-1296.
27. Prokhorenko N., On some generalizations of the results about the distribution of the maximum of the Chentsov random field on polygonal lines / N. Prokhorenko // Theory of Stochastic Processes. – 2016. –Vol. 21, no. 1. – P. 73-83.
28. Tymoshenko O.A., Generalization of asymptotic behavior of nonautonomous stochastic differential equation / O.A. Tymoshenko // «Наукові вісті» НТУУ «КПІ». – 2016. – №4. – С. 100-106.

13. Ключові слова до розробки: ВИПАДКОВІ РЕКУРЕНТНІ ПОСЛІДОВНОСТІ, ВИПАДКОВІ РЯДИ, ЕКСТРЕМАЛЬНІ ФУНКЦІОНАЛИ, РЕКОРДИ, ЕМПІРИЧНІ ФУНКЦІОНАЛИ ВІД ВИПАДКОВИХ

ПРОЦЕСІВ ТА ПОЛІВ, СТОХАСТИЧНІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ, ПОВНА ЗБІЖНІСТЬ, ПРАВИЛЬНОЗМІННІ ФУНКЦІЇ, ПОЧАТКОВО-КРАЙОВІ ЗАДАЧІ ДЛЯ ПАРАБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ У ПРОСТОРАХ ХЕРМАНДЕРА, ОЦІНКИ КОЕНКЕРА-БАССЕТА ПАРАМЕТРІВ НЕЛІНІЙНИХ МОДЕЛЕЙ РЕГРЕСІЇ