

Методи нелінійного аналізу та топологічні методи теорії варіаційних нерівностей та еволюційних включень

Методы нелинейного анализа и топологические методы теории вариационных неравенств и эволюционных включений

Methods of non-linear analysis and topological methods of variation inequalities and evolution inclusions

1. Номер державної реєстрації теми –0108U000521.

2. Науковий керівник – д.ф.–м.н. Андреев М.В., Андреев Н.В., Andreev N.V.

3. Суть розробки, основні результати (укр.)

Розроблено новий теоретичний апарат для конструктивного та системного вивчення еволюційних включень та мультिवаріаційних нерівностей з нелінійними, немонотонними, некоерцитивними функціями взаємодії в загальному випадку, що, в свою чергу, вимагає якісного дослідження та розробки нових властивостей класів багатозначних немонотонних відображень, доведення нових теорем вкладення та апроксимації фазових та розширених фазових просторів, обґрунтування нових конструктивних методів пошуку наближених розв'язків та нових теорем про властивості розв'язуючого оператора для таких задач.

Серед оригінальних результатів слід виділити такі:

- розроблено багатозначний метод штрафу для класів мультिवаріаційних нерівностей в нескінченновимірних просторах з відображеннями типу \bar{S}_k та з w_{λ_0} -квазімонотонними відображеннями. Досліджено функціонально-топологічні властивості розв'язуючого оператора. Результати застосовано до некоерцитивних задач керування коефіцієнтами головної частини еліптичного рівняння з умовами Діріхле на границі у класі узагальнено соленоїдальних керувань, зокрема, розглянуто односторонні задачі;
- розроблено некоерцитивну схему дослідження еволюційних включень з багатозначними відображеннями типу S_k в банахових просторах. Одержані результати застосовано до динамічних контактних задач з “нелінійним тертям”;
- обґрунтовано метод Дубінського, метод скінчених різниць та метод Фаедо-Гальоркіна для розв'язків задачі Коші та періодичних розв'язків еволюційних включень з некоерцитивними багатозначними відображеннями типу Вольтерри в банахових просторах. Конструктивно обґрунтовано розв'язність для некоерцитивних граничних задач з виродженнями;
- вивчено функціонально-топологічні властивості параметризованих диференціально-операторних включень з багатозначними відображеннями типу \bar{S}_k та w_{λ_0} -квазімонотонними відображеннями;
- розроблено методи дослідження нелінійних еволюційних рівнянь першого порядку з операторами псевдомонотонного типу, збурених субдиференціалом локально ліпшицевого функціоналу;
- за допомогою багатозначного методу штрафу досліджено сильні розв'язки

еволюційних мультіваріаційних нерівностей з багатозначними \pm -коерцитивними W_{λ_0} -псевдомонотонними відображеннями. Розглянуто мультіваріаційну нерівність з диференціальними операторами гідродинамічного типу, збуреними субдиференціалом локально ліпшицевого функціоналу;

- розроблено багатозначний метод штрафу для слабких розв'язків еволюційних мультіваріаційних нерівностей з \pm -коерцитивними відображеннями, одержано нові апіорні оцінки для похідної по часу наближених розв'язків вихідної задачі, досліджено класи односторонніх задач з диференціальними операторами типу Лере-Ліюна;
- доведено ряд нових властивостей для багатозначних відображень псевдомонотонного типу та відображень типу S_k в нескінченновимірних просторах. Впорядковано класи напівмонотонних відображень та енергетичних розширень диференціальних операторів з напівобмеженою варіацією;
- одержано ряд нових теорем вкладення та апроксимації спеціальних класів нескінченновимірних просторів розподілів, розроблено теореми про базис для таких просторів. Результати застосовано при дослідженні диференціально-операторних включень та еволюційних мультіваріаційних нерівностей.

(рос.)

Исследованы вариационные неравенства и эволюционные включения в банаховых пространствах с W_{λ_0} -псевдомонотонными отображениями. Обоснован метод Фаэдо–Галеркина и метод конечных разностей для разрешимости данных объектов при условии ослабленной \pm -коерцитивности, W_{λ_0} -псевдомонотонности, квазиограниченности и условия S_k . Получены важные априорные оценки. Доказано, что класс отображений с полуограниченной вариацией поглощает класс полумонотонных отображений и образует выпуклый конус в классе $\mathbf{B}(X; X^*)$.

Изучены базовые свойства субдифференциальных отображений и мультивариационных неравенств в банаховых пространствах. Для определенного класса нерелексивных пространств распределений с интегрируемыми производными доказан ряд теорем о непрерывности и компактности вложений.

(англ.)

Variation inequalities and evolution inclusions in Banach spaces with W_{λ_0} -pseudo-monotone maps are investigated. The Faedo–Galerkin method and the method of finite differences for the resolvability for the given objects under the weakened \pm -coercive condition, W_{λ_0} -pseudo-monotony, quasi-boundedness and condition S_k are based. The important a priori estimated are obtained. It is proved, that the class of maps with semi-bounded variation swallows the class of semi-monotone multi-valued maps. The class of multi-valued maps, under consideration, forms a convex cone in a class $\mathbf{B}(X; X^*)$.

The base properties of sub-differential maps and variation inequality in Freshet spaces are investigated. For a definite class of non-reflexive spaces of

distributions with integrable derivatives a series of theorems about a continuity and compactness embedding are proved.

4. Наявність охоронних документів на об'єкти права інтелектуальної власності

Немає.

5. Порівняння зі світовими аналогами

Результати відповідають або перевищують світовий рівень. Представлено новий теоретичний апарат для якісного та конструктивного дослідження широкого кола нових, більш точних, математичних моделей геофізичних процесів та полів з нелінійними, розривними, багатозначними функціями взаємодії, узагальнені розв'язки яких є розв'язками еволюційних включень та мультिवаріаційних нерівностей з некоерцитивними в класичному сенсі відображеннями w_{λ_0} - псевдомонотонного типу. Серед таких моделей слід виділити класи односторонніх задач, задачі на многовиді з краєм та без краю, задачі із виродженням, задачі теорії фільтрації, об'єкти теорії керування, задачі з вільною межею, задачі з запізненням тощо. Існуючі результати з теорії глобальних та траєкторних атракторів m -напівпотоків в нескінченновимірних просторах, теорії хаосу, оптимального керування розподіленими системами базуються на властивостях розв'язуючого оператора (як правило на невірності та замкненості графіку у відповідних топологіях) досліджуваної математичної моделі і становлять основну проблему при застосуванні цих результатів до реальних задач. В даній розробці представлено розв'язання цих проблем для означених вище об'єктів.

6. Економічна привабливість для просування на ринок

Застосування розроблених методів і алгоритмів дозволяє значно полегшити якісне та конструктивне дослідження нелінійних моделей геофізичних процесів та полів, які зводяться за належної похідної, до диференціально-операторних включень та мультिवаріаційних нерівностей в нескінченновимірних просторах.

7. Потенційні користувачі

Міністерство освіти і науки України, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, Інститут математики НАН України, Інститут кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, Інститут геофізики ім. Суботіна НАН України.

8. Стан готовності розробки

Розроблені методи використовуються в навчальних курсах “Вступ у нелінійний аналіз”, “Оптимізація стохастичних моделей в умовах невизначеності”

9. Існуючі результати впровадження

Монографія:

Згуровский М.З., Касьянов П.О., Мельник В.С. Дифференциально–операторные включения и вариационные неравенства в бесконечномерных пространствах — К.: Наукова думка, проект “Наукова книга” 2008. — 464 с.

Навчальний посібник:

Андреев М.В. Последовні методи у статистиці та оптимізації стохастичних моделей в умовах невизначеності. — 2009. — АПСВ. — 358 с.

10. Назва організації, телефон, E-mail

НТУУ “КПІ”, ННК “Інститут прикладного нелінійного аналізу”, відділ прикладного нелінійного аналізу, 406–85–30, makalex@i.com.ua

11. Перелік публікацій за матеріалами досліджень за період виконання розробки

Статті :

1. Павел О. Касьянов, Валерий С. Мельник О разрешимости дифференциально-операторных включений и эволюционных вариационных неравенств, порожденных отображениями W_{λ_0} -псевдомонотонного типа// УМВ (Український математичний вісник). – 2007. – т.4, №4. – С. 535-581.

2. Pavlo Kasyanov, Valeriy Mel'nik, Anna Maria Piccirillo On some approximations and main topological descriptions for special classes of Frechet spaces with integrable derivatives // System Research & Information Technologies. – 2007. – №4. – P. 93-110.

3. Pavlo Kasyanov, Valeriy Mel'nik, Luisa Toscano The multivalued penalty method for evolution variational inequalities with W_{λ_0} -pseudomonotone multivalued maps// Nonlinear Oscillations - 2007. – v. 10, №4. – P. 481-509.

4. Kasyanov P.O., Mel'nik V.S. On some topological properties for special classes of Banach spaces I //Системні дослідження та інформаційні технології. — 2008. — №1. — P. 127–143.

5. Касьянов П.О., Мельник В.С., Тоскано С. и др. Периодические решения эволюционных уравнений в классе нерелексивных банаховых пространств //Проблемы управления и информатики — 2008. — №5. – С. 5-22.

6. Pavlo Kasyanov, Valery Melnik and Jose Valero On the method of approximation for evolutionary inclusions of pseudomonotone type// Bulletin of the Australian Mathematical Society. – 2008. — Volume 77, Issue 01. – pp 115-143.

7. Задоянчук Н.В., Касьянов П.О. Про розв'язність диференціально-операторних включень II порядку з некоерцитивними операторами W_{λ_0} -псевдомонотонного типу// Доповіді НАН України – 2008. - № 4. – С. 19-24.

8. Андреев М.В. Анализ решений у складному виборі вступних випробувань в умовах стохастичної невизначеності якості знань. P_ε^f -модель оптимізації процесу тестування знань //Вісник КІБіТ. — 2008. — № 1(8). — 97–107.

9. Андреев М.В. Критерій очікуваної вигоди та моделі загальної проблеми рішень за умов стохастичної невизначеності //Вісник КІБіТ. — 2008. — № 2(9). — 25–40.

10. Kasyanov P.O., Mel'nik V.S., Toscano S. Initial time value problem solutions for evolution inclusions with S_k type operators //Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — №1. — P. 116–130.

11. Задоянчук Н.В., Касьянов П.О. Анализ и управление дифференциальным включением второго порядка с \pm -коэрцитивным

демпфированием //Кибернетика и системный анализ. — 2010. — №2. — P. 152–160.

12 Андреев М.В. Последовні байесові рішення в задачі планування експерименту з багатьма альтернативами //Вісник КІБіТ. — 2010. — № 2(12). — 57–64.

Тези доповідей:

1. P.O. Kasyanov Periodic solutions and initial time value problem solutions for evolution inclusions with multi-valued W_{λ_0} -pseudomonotone maps// Тези доп. XII Міжнародної наукової конференції імені академіка М. Кравчука. — Київ, 2008. — С. 175.

2. P.O. Kasyanov On the method of approximation for evolutionary inclusions of pseudomonotone type// Тези доп. Міжнародної наукової конференції диференціальні рівняння, теорія функцій та їх застосування (Боголюбовські читання, 2008) – Мелітополь, 2008. – С. 59.

3. Pavlo Kasyanov, Jose Valero On the method of investigation for evolutionary inclusions// Book of Abstracts of International Workshop on Dynamical Systems and Multidisciplinary Applications. – Elche, Spain, 2008. – P. 10.

4. Zgurovsky M.Z., Kasyanov P.O., Valero J. Noncoercive evolution inclusions for S_k type operators //Nonlinear Analysis and Applications: International Conference, 2-4 Apr.: Book of Abstracts. - K., 2009. - P. 76.

5. Andreev M.V. Sensitivity of decisions to non-exact estimation under stochastic uncertainty Nonlinear Analysis and Applications: International Conference, Book of Abstracts. - K., 2009. - P. 97.